

改进粒子群算法的多峰值优化研究

陈应显, 牛文庆

(辽宁工程技术大学 资源与环境工程学院, 辽宁 阜新 123000)

摘 要: 粒子群优化算法对于多维函数的最优解搜索存在前期易陷入局部最优, 后期收敛速度缓慢的问题. 将改进的 k -中心点聚类分析与 PSO 相结合提出了一种混合粒子群算法 KM-PSO, 用于多峰值问题的优化. 在算法中, 利用 k -中心点聚类分析方法将粒子群划分成若干个子群, 结合 PSO 的隐含并行搜索的优势增强了寻优性能. 不仅增加了粒子间的信息交换, 抑制了早熟收敛, 还提高了全局寻优速度和计算精度. 仿真实验结果表明, KM-PSO 性能优于基本粒子群优化算法.

关键词: 粒子群优化; k -中心点; 聚类分析

中图分类号: TP301

文献标识码: A

文章编号: 1000-7180(2011)12-0059-04

Improved Particle Swarm Optimization for Multi-peak Problems

CHEN Ying-xian, NIU Wen-qing

(College of Resource and Environment Engineering, Liaoning Technical University, Fuxin 123000, China)

Abstract: The optimal solution for multi-dimensional search function, the Particle Swarm Optimization(PSO) easily trapped into local optimum, and convergence speed is slow later. The PSO algorithm employing improved k -medoids clustering analysis algorithm (KM-PSO) is proposed. In KM-PSO, the current particles is firstly divided into multi sub-population by improved k - medoids clustering, and PSO with the advantage of the implicit parallel search enhanced optimization performance. It not only exchanges more information among particle, restrains the tendency of premature, but also increases the converging rate and accuracy. Through the experimental results of both analysis and comparison to prove that KM-PSO is superior to original particle swarm optimization algorithm.

Key words: Particle Swarm Optimization(PSO); k -medoids; clustering analysis

1 引言

Eberhart 和 Kennedy 于 1995 年提出粒子群优化算法 (Particle Swarm Optimization, PSO), 该算法源于对鸟类觅食过程中的迁徙和群集行为的模仿^[1]. 这些研究可以称为群体智能 (Swarm Intelligence). 通常单一的自然生物并不是智能的, 但是整个生物群体就表现出处理复杂问题的能力, 群体智能就是这些群体行为在人工智能问题中的应用. 粒子群优化算法 (PSO) 通过粒子间的相互作用, 搜索复杂空间中的最优区域, 是一类基于迭代的随机全局优化算法^[2].

但在实际应用中, 对于多峰优化问题, PSO 存在前期易陷入局部极值, 后期收敛速度缓慢的问题. 因此如何避免早熟收敛, 加快收敛速度, 一直是大多数研究者关注的重点. 为了进一步改善 PSO 的性能, 将 K 中心点聚类分析算法与 PSO 相结合, 提出了一种基于 K -中心点聚类分析的粒子群优化算法. 利用 K -中心点法对各粒子进行聚类分析, 用各聚类区的中心点代替最优位置. 在不增加算法流程控制难度和空间难度的前提下, 既能避免粒子搜索空间的重叠, 保证粒子全面搜索解空间, 又能实现粒子之间的信息交换, 增加粒子在搜索时拥有的信息量, 达到保持粒子群多样性的目的. 并用多峰值函数对其

性能进行了测试,实验表明,基于 K -中心点聚类分析的粒子群算法优于基本粒子群优化算法,并对结果进行了显示。

2 PSO 基本原理

对鸟群飞行路线的研究发现,在飞行过程中,鸟群仅仅是追踪它有限数量的邻居,但最终的结果好像有一个中心控制着整个鸟群的行为,即复杂的全局行为是由简单规则的相互作用引起的。PSO 算法源于对鸟群捕食行为的研究,一群鸟随机搜寻食物,如果该区域内只有一块食物,那么找到食物的最有效最简单的策略就是搜寻目前离食物最近的鸟的周围区域。PSO 算法就是从这类模型中得到启示而产生的,并成功用于解决优化问题。另外,人们通常是以自己及他人的经验作为决策的依据,这就构成了 PSO 的一个基本概念。

粒子群优化算法求解优化问题时,该问题的解对应于搜索空间中一只鸟的位置,称这些鸟为“粒子”(particle)或“主体”(agent)。每个粒子都有自己的位置和速度,还有一个由被优化函数决定的适应值。每次迭代的过程不是完全随机的,如果找到较好解,将会以此为依据来寻找下一个解。各个粒子记忆、跟踪当前最优粒子,在解空间中搜索。

令 PSO 初始化为一群随机粒子(随机解),在每一次迭代中,粒子通过跟踪两个“极值”来更新自己。第一个极值是粒子本身当前的最优解,称为个体极值点(用 $pbest$ 表示),全局 PSO 中的另一个极值点是整个群中目前的最优解,称为全局极值点(用 $gbest$ 表示),而局部 PSO 不用整个种群而只用其中一部分作为粒子的邻居,所有邻居中的最优解就是局部极值点。在找到这两个最优解后,粒子就根据式(1)和式(2)来更新自己的速度和位置。可以用一个 d 维向量表示粒子 i 的信息, $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{id})^T$ 表示位置, $V_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{id})^T$ 表示速度,其他向量类似。速度和位置的更新方程如式(1)和式(2)所示。

$$v_{id}^{t+1} = v_{id}^t + c_1 r_1^t (pbest_{id}^t - x_{id}^t) + c_2 r_2^t (gbest_{id}^t - x_{id}^t) \quad (1)$$

$$x_{id}^{t+1} = x_{id}^t + v_{id}^{t+1} \quad (2)$$

v_{id} 是粒子 i 在第 t 次迭代中第 d 维的速度; c_1, c_2 是 v_{id} 加速的系数(或称学习因子),分别调节飞向全局最优粒子和个体最优粒子方向的最大步长,若步长太小,则粒子可能远离目标区域,若步长太大则会导致突然向目标区域飞去,或飞过目标区域^[3]。合适

的 c_1, c_2 可以加快收敛速度且不易陷入局部最优,通常令 $c_1 = c_2 = 2$; $r_{1,2}$ 是 $[0, 1]$ 之间的随机数; x_{id}^t 是在第 t 次迭代中粒子 i 的第 d 维的当前位置; $pbest_{id}$ 是粒子 i 的第 d 维的个体极值点位置; $gbest_{id}$ 是群体在第 d 维的全局极值点位置。为防止粒子远离搜索空间,粒子的每一维速度 v_d 都会限制在 $[-v_{dmax}, v_{dmax}]$ 之间, v_{dmax} 太大,粒子将飞离最优解,太小将会陷入局部最优^[4]。假设将搜索空间的第 d 维定义为在区间 $[-x_{dmax}, x_{dmax}]$, 通常 $v_{dmax} = kx_{dmax}$, $0.1 \leq k \leq 1.0$, 每一维都用相同的设置方法。基本 PSO 算法的步骤描述如下。

步骤 1: 初始化。初始搜索点的速度 V_i^0 及其位置 X_i^0 是在允许的范围内随机产生的, 每个粒子的 $pbest$ 坐标设置为当前位置, 并且计算出相应的个体极值(即个体极值点的适应度), 而全局极值(即全局极值点的适应度)就是所有个体极值中最优的, 记录该最优值的粒子序号, 并将 $gbest$ 设置为该最优粒子的当前位置。

步骤 2: 评价每一个粒子。计算粒子的适应度值, 如果优于该粒子当前的个体极值, 则将 $pbest$ 设置为该粒子的位置, 且更新个体极值。如果所有粒子的个体极值中最优的好于当前的全局极值, 则将 $gbest$ 设置为该粒子的位置, 记录该粒子的序号, 且更新全局极值。

步骤 3: 粒子的更新。用式(1)和式(2)对每一个粒子的位置和速度进行更新。

步骤 4: 检验是否符合结束条件。如果当前的迭代次数(或误差)达到了预先设定的最大次数(或达到最小误差要求), 则停止迭代, 输出最优解, 否则转到步骤 2。

PSO 算法的一些特点:

(1) 基本 PSO 算法最初是处理连续优化问题的。

(2) 类似于遗传算法(GA) PSO 算法也是多点搜索。

(3) 式(1)的第一项对应多样化特点, 第二项、第三项对应于搜索过程的集中化特点, 因此这个方法在多样化和集中化之间建立起了均衡^[1]。

PSO 有全局优化和局部优化两种, 全局优化收敛快, 但有时会陷入局部最优。局部优化 PSO 算法通过保持多个吸引子来避免早熟, 假设每一个粒子在大小 l 的邻域内定义为一个集合。

$$N_i = \{pbest_{i-1}, pbest_{i-1+l}, \dots, pbest_{i-1}, pbest_i, pbest_{i+1}, \dots, pbest_{i+l-1}, pbest_{i+l}\} \quad (3)$$

从 N 中选出最优的粒子,将其位置作为 lbest 代替公式中的 gbest,其他与全局优化 PSO 算法相同.实验表明,局部优化比全局优化收敛慢,但不容易陷入局部最优^[4].

3 k -中心点聚类分析的粒子群算法

k -中心点聚类是聚类分析中最常用的方法之一,根据数据的内在性质将其化分为若干个聚类区,尽可能使区内元素距离小,区间元素距离大. K -中心点法的基本流程是:① 随机选择 k 个对象,作为初始的中心点;② 剩余的每个对象指派给与它差异最小的中心点代表的簇,并计算各点与对应簇的中心点相异度的总和 s ;③ 对于每个簇,在簇中随机地选择一个非中心点对象作为新的中心点,重新聚类;④ 计算新聚类结果的相异度总和 S ;⑤ 如果 $s > S$ 则使用新的中心点代替原来的中心点,得到新的聚类结果,并更新当前相异度总和 s ;⑥ 如果当前的相异度满足要求则结束算法,否则转至 ③.

设每个粒子 $x_i = (O_{i1}, O_{i2}, \dots, O_{ik})$ 代表 k 个聚类的中心点,其中 O_{ij} 代表第 i 个粒子的第 j 类中心点坐标向量.通常采用的适应度函数是:

$$f(X_i) = \frac{1}{\sum_{j=1}^k \sum_{x_i \in o_j} \text{dist}(x_i, o_{ij})} \quad (4)$$

式中, $\text{dist}(x_i, o_{ij})$ 表示一个数据元素 x_i 和一个聚类中心点 o_j 之间的欧式距离, O_{ij} 为 o_{ij} 对应的聚类区,虽然类间距离与类内距离有一定的关系,但由于这种关系的不确定性,导致了评价策略的不完备.所以,如何找到满足条件的适应度函数,对分类方案的优劣进行评价就成为聚类的关键.所以,本文对适应度函数进行了改进:

$$f(X_i) = \frac{1}{\alpha \bar{d}_{\max}(X_i) - \beta d_{\min}(X_i)} \quad (5)$$

式中, $\bar{d}_{\max}(X_i) = \max_{j \in 1, 2, \dots, k} \left\{ \sum_{x_i \in c_{ij}} \frac{d(X_i, o_{ij})}{|O_{ij}|} \right\}$ 表示了粒子 X_i 与聚类区中心 O_{ij} 的最大类内平均距离. $|O_{ij}|$ 表示 O_{ij} 中元素的个数. $d_{\min}(X_i) = \min_{\substack{s, t, s \neq t}} \{d(o_{is}, o_{it})\}$ 表示粒子 X_i 与聚类区 o_{is} 和 o_{it} 的最小类间欧氏距离.这样,通过搜索 $f_{\min}(X_i)$ 就可以使聚类方案同时满足类内距离小和类间距离大. α, β 是正常数,通过调整 α, β 可以满足不同的搜索策略,设粒子群 $G = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ 被分为 k 个聚类区 $S_i (i = 1, 2, \dots, k)$, 则对于每一代粒子,将式(1)、(2)变形为

$$v_{id}^{t+1} = \omega v_{id}^t + c_1 \text{rand}_1^t (\text{pbest}_{id}^t - x_{id}^t) + \sum_{j=1}^k c_j r_j (\text{gbest}_j - x_{id}^t) \quad (6)$$

$$x_{id}^{t+1} = x_{id}^t + v_{id}^{t+1} \quad (7)$$

算法步骤如下所示:

步骤 1: 粒子群初始化. 随机产生 n 个初始位置和飞行速度, 确定学习因子 $c_j (j = 1, 2, \dots, k)$.

步骤 2: 据聚类算法和式(5) 确定聚类区 S_i .

步骤 3: 根据当前位置和速度计算出每个粒子迄今为止搜索到的最优位置 pbest_i.

步骤 4: 根据当前位置和速度计算出每个聚类区中的粒子迄今为止搜索到的最优位置 $p_j (j = 1, 2, \dots, k)$.

步骤 5: 按式(6)、(7) 更新粒子的速度和位置.

步骤 6: 进行新个体的粒子群优化. 更新每个聚类区粒子的个体适应度值.

步骤 7: 若当前最优粒子不满足收敛条件, 则对当前粒子群重新进行聚类划分. 重复步骤 2 ~ 6, 如果产生一个空的聚类, 则把距离当前聚类中心最近的一个粒子随机选择并分配到该类. 否则返回全局最优解 gbest_i.

4 性能测试

Shaffer 函数是一个多峰值函数, 仅在 (0, 0) 处取得最大值 $f_{\max} = 1$, 但在其解附近有无多个局部极小值. 为了验证算法的有效性, 利用该测试函数进行性能测试.

Shaffer 函数:

$$f(x_1, x_2) = 0.5 - \frac{\sin^2 \sqrt{x_1^2 + x_2^2} - 0.5}{|1.0 + 0.001(x_1^2 + x_2^2)|^2} \quad (-5 \leq x_1, x_2 \leq 5) \quad (8)$$

初始化参数为: 粒子数 $m = 20$ 或 50 , 聚类个数 $k = 4$, 学习因子 $c_0 = 0.5, c_1 = 0.5, c_2 = c_3 = 2$, 适应度误差精度 = 0.001 或 $1e-20$, 惯性权重 $\omega = 0.85$, 最大速度 $V_{\max} = 0.2$, 聚类适应度函数取 $\alpha = 0.5, \beta = 0.5$. 每个测试实验运行 50 次. 图 1 所示为 50 个粒子的初始位置, 及对粒子进行 k -中心点聚类结果显示. 图 2 所示为粒子迭代 500 次时的位置, 及对粒子进行 k -中心点聚类结果显示. 图 3 所示为粒子迭代 500 次时的最优位置显示. 图 4 所示为粒子迭代 500 次时的最优位置及 Shaffer 函数的三维显示. KM-PSO 与 PSO 平均收敛率及平均代数比较见表 1.

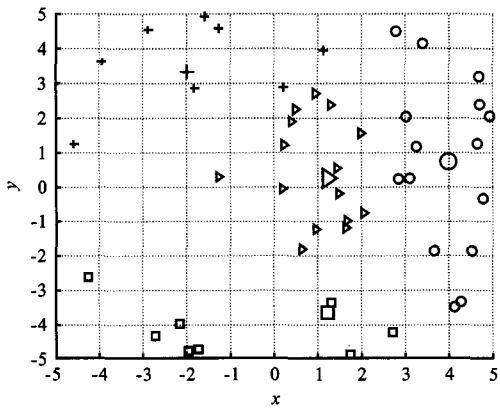


图 1 粒子初始位置及中心点

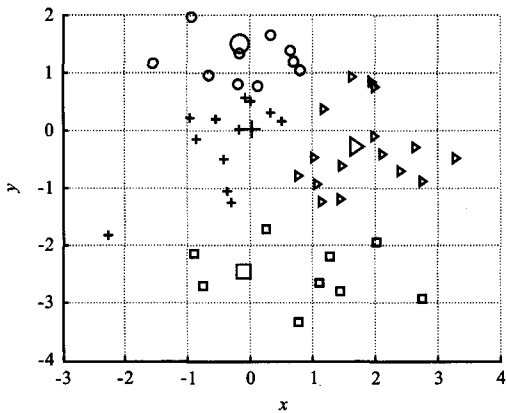


图 2 粒子迭代 500 次时位置及中心点

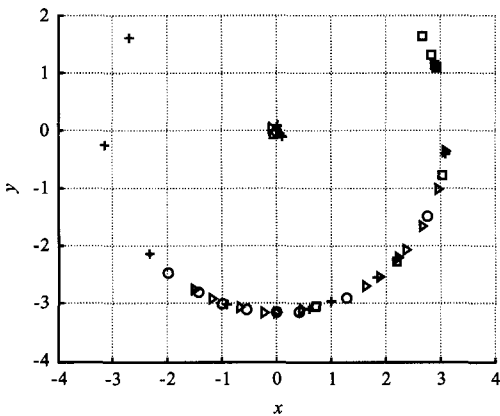


图 3 粒子迭代 500 次时的最优位置

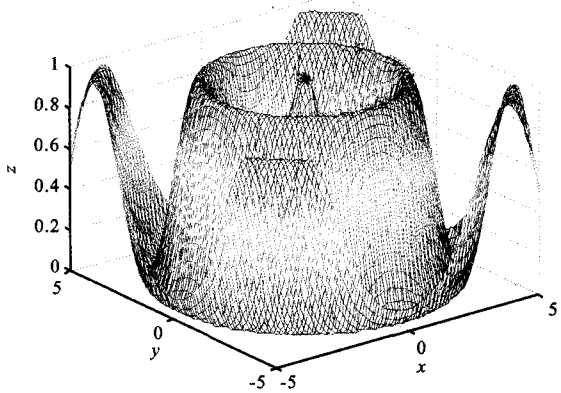


图 4 粒子的最优位置及 Shaffer 函数

表 1 KM-PSO 与 PSO 平均收敛率及平均代数比较

理论最大值	粒子个数	进化代数	收敛误差	平均收敛率/%		平均收敛代数	
				PSO	KM-PSO	PSO	KM-PSO
$f_{\max}(0,0)=1$	20	1 000	$1e-20$	68	92	463.389	257.7
	50	1 000	0.001	100	100	241.21	147.35

5 结束语

在基于粒子群算法^[5-7]的基础上,结合改进的 k -中心点聚类分析算法,提出了基于 k -中心点聚类分析的粒子群算法(KM-PSO)解决多峰值优化问题.实验结果表明,在求解多峰函数问题时,与基本粒子群算法相比,基于 k -中心点聚类分析的粒子群算法(KM-PSO)能在较短时间内收敛,并取得最优解或近优解,具有较高的计算效率和求解精度.

参考文献:

[1] Jain A K, Murty M N, Flynn P J. Data clustering; a survey[J]. ACM Computer Survey, 1999 (31): 264—323.
[2] Eberhart R C, Shi Y. Particle swarm optimization: developments, applications and resources[C]// Proceedings of

the IEEE Congress on Evolutionary Computation. Piscataway, NJ: IEEE Service Center, 2001:81—86.
[3] 李爱国,覃征. 粒子群优化算法[J]. 计算机工程与应用, 2002(21):1—3.
[4] Lee K Y, El2Sharkawi M A. Modern heuristic optimization techniques with applications to power systems[M]. IEEE Power Engineering Society, 2002:45—51.
[5] 黄少荣. 基于随机加速系数的粒子群优化算法[J]. 微电子学与计算机, 2010, 27(6):114—117.
[6] 靳雁霞,韩雯,周汉昌. 改进的粒子群优化算法[J]. 计算机工程与设计, 2009, 30(17):4074—4076.
[7] 何静,周鲜成,李桂梅. 一种新形式的微粒群优化算法[J]. 微电子学与计算机, 2010, 27(10):117—119.

作者简介:

陈应显 男, (1975—), 博士, 讲师. 研究方向为空间数据挖掘、矿山信息管理.